

Ψάχνοντας ένα ερώτημα.

Στις συζητήσεις που γίνονται αυτές τις μέρες, διατυπώθηκε από πολλούς φίλους η θέση, ότι θα μπορούσαν να υπάρχουν 1-2 ερωτήματα, με άλλο άρωμα που να επιτρέπουν μια καλύτερη κατανομή στη βαθμολογία.

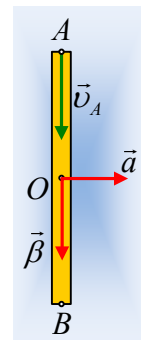
Προσωπικά είχα μιλήσει χαρακτηρίζοντας τα θέματα «θέματα φλάτ».

Μιας και ο Γιάννης Κυριακόπουλος αναφέρθηκε στην ανάρτησή μου «[Η κίνηση μιας σανίδας](#)» ας δούμε κάποιες ερωτήσεις οι οποίες θα μπορούσαν να μπουν σε εξετάσεις, οι οποίες να ξεχώριζαν κάποιο μαθητή, χωρίς να ήταν αναγκαίο να οδηγηθούμε σε «ραβδολογία».

Ερώτηση 1^η:

Μια λεπτή ομογενής ράβδος κινείται οριζόντια, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή ($t=0$) βρίσκεται στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα (κάτωψη), όπου το άκρο A έχει ταχύτητα v_A .

Ποιο από τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ μπορεί να παριστά την ταχύτητα του μέσου O της ράβδου;



Απάντηση:

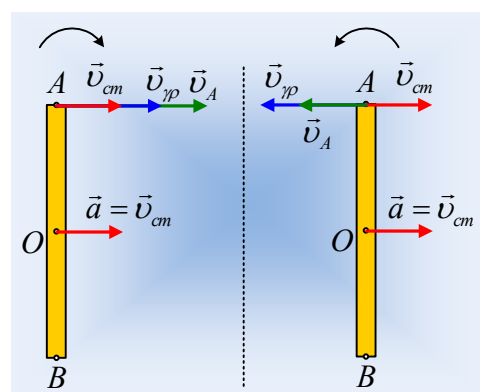
Η κίνηση της ράβδου μπορεί να είναι μεταφορική, στροφική γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο μάζας O ή σύνθετη.

Αν η κίνηση είναι μεταφορική, όλα τα σημεία της ράβδου έχουν την ίδια ταχύτητα, συνεπώς το O θα έχει ταχύτητα όπως το διάνυσμα $\vec{\beta}$.

Αν η κίνηση είναι στροφική γύρω από το O, τότε το άκρο A θα είχε γραμμική ταχύτητα κάθετη στην ράβδο, συνεπώς το ενδεχόμενο αυτό δεν μπορεί να υπάρχει.

Πάμε στη σύνθετη κίνηση.

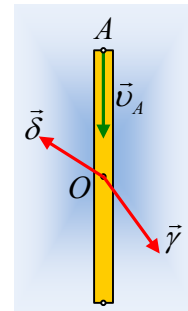
Αν η ταχύτητα του κέντρου μάζας O ήταν το διάνυσμα \vec{a} , τότε το άκρο A θα είχε τις ταχύτητες του διπλανού σχήματος, όπου στο πρώτο η ράβδος στρέφεται δεξιόστροφα και στο δεύτερο αριστερόστροφα. Αλλά τότε η ταχύτητα του άκρου A θα ήταν στη διεύθυνση x και όχι στη διεύθυνση y, όπως έχει δοθεί. Συμπέρασμα, το \vec{a} δεν μπορεί να δείχνει την ταχύτητα του O.



Ας δούμε μερικές παραλλαγές:

Ερώτηση 2^η:

Για την ίδια περίπτωση της ράβδου, ποιο από τα διανύσματα $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$, του διπλανού σχήματος, μπορεί να παριστά την ταχύτητα του μέσου O της ράβδου;



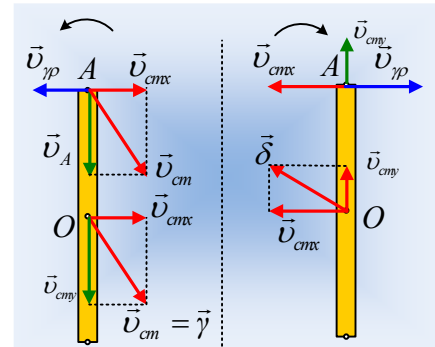
Απάντηση:

Με βάση την προηγούμενη απάντηση η κίνηση της ράβδου δεν μπορεί να είναι ούτε μεταφορική ούτε στροφική.

Πάμε στη σύνθετη κίνηση.

Αν η ταχύτητα του κέντρου μάζας O ήταν το διάνυσμα $\vec{\gamma}$, τότε το άκρο A θα είχε τις ταχύτητες του πρώτου από τα διπλανά σχήματα.

Το διάνυσμα $\vec{\gamma}$, μπορεί να δείχνει την ταχύτητα του O, αν η ράβδος στρέφεται αριστερόστροφα, αφού με βάση το σχήμα, αν $v_{cmx} = v_{\gamma p} = \omega \cdot \frac{\ell}{2}$, τότε η ταχύτητα του άκρου

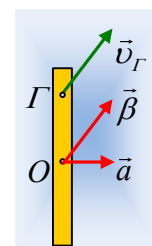


A είναι ίση με την $v_{cm y}$.

Αλλά τότε το διάνυσμα $\vec{\delta}$, δεν μπορεί να δείχνει την ταχύτητα του O, αφού η αντίστοιχη ανάλυση θα έδινε κατά μήκος της ράβδου ταχύτητα με φορά προς τα πάνω, όπως στο δεύτερο σχήμα.

Ερώτηση 3^η:

Για την ίδια περίπτωση της ράβδου, αν η ταχύτητα του σημείου Γ είναι αυτή του διπλανού σχήματος, τότε ποιο από τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, μπορεί να παριστά την ταχύτητα του μέσου O της ράβδου;

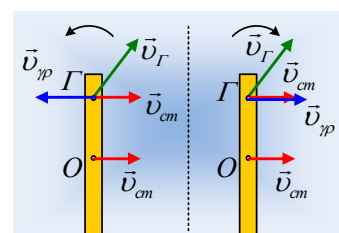


Απάντηση:

Το διάνυσμα $\vec{\beta}$ μπορεί να δείχνει την ταχύτητα του κέντρου μάζας O, στην περίπτωση που η κίνηση είναι μεταφορική.

Αν η ταχύτητα του κέντρου μάζας, ήταν όπως το διάνυσμα $\vec{\alpha}$, τότε η κίνηση θα ήταν σύνθετη. Έτσι το σημείο Γ θα είχε τις ταχύτητες του διπλανού σχήματος, ανάλογα με την φορά περιστροφής.

Αλλά τότε η συνολική ταχύτητα του Γ, θα ήταν στη διεύθυνση x



και όχι όπως δίνεται η ταχύτητα \vec{v}_r .

Συνεπώς δεν μπορεί το διάνυσμα \vec{a} να παριστά την ταχύτητα του O.

Ερώτηση 4^η:

Για την ίδια περίπτωση της ράβδου, αν η ταχύτητα του μέσου O είναι αυτή του διπλανού σχήματος, τότε ποιο από τα διανύσματα α και β, μπορεί να παριστά την ταχύτητα του άκρου B της ράβδου;

Απάντηση:

Προφανώς η κίνηση της ράβδου δεν είναι μεταφορική (το άκρο B έχει διαφορετική ταχύτητα από το O). Εξάλλου το κέντρο μάζας δεν είναι ακίνητο, οπότε η κίνηση δεν μπορεί να είναι στροφική γύρω από κατακόρυφο άξονα που να περνά από το O.

Μένει λοιπόν η σύνθετη κίνηση, οπότε έχουμε δύο ενδεχόμενα που εμφανίζονται στο διπλανό σχήμα. Οπότε η ταχύτητα του άκρου B ως το διανυσματικό άθροισμα $\vec{v}_{cm} + \vec{v}_{rp}$ μπορεί να είναι το διάνυσμα $\vec{\beta}$, αλλά όχι το \vec{a} , το οποίο είναι κάθετο στη ράβδο.

Ας δούμε και μερικές... επιταχύνσεις:

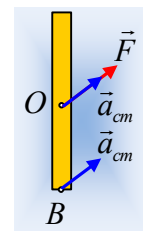
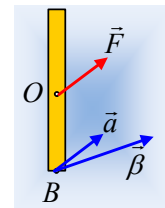
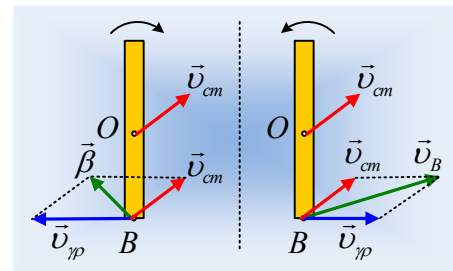
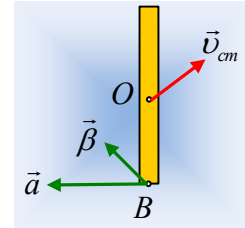
Ερώτηση 5^η:

Μια λεπτή ομογενής σανίδα ηρεμεί οριζόντια, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή ($t=0$) δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης \vec{F} , όπως στο διπλανό σχήμα (κάτοψη).

Ποιο από τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ μπορεί να παριστά την αρχική επιτάχυνση του άκρου B της ράβδου.

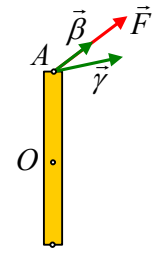
Απάντηση:

Η δύναμη F ασκείται στο κέντρο μάζας της ράβδου, η οποία θα αποκτήσει επιτάχυνση κέντρου μάζας, ίδιας κατεύθυνσης και μέτρου $a_{cm} = \frac{F}{m}$, εκτελώντας μεταφορική κίνηση, αφού η ράβδος δεν δέχεται κάποια ροπή ως προς το κέντρο μάζας O, που να την επιταχύνει στροφικά. Συνεπώς την ίδια επιτάχυνση θα αποκτήσει και το άκρο B. Έτσι το σωστό διάνυσμα είναι το \vec{a} .



Ερώτηση 6^η:

Μια λεπτή ομογενής σανίδα ηρεμεί οριζόντια, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή ($t=0$) δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης \vec{F} , όπως στο διπλανό σχήμα (κάτοψη), στο άκρο της A. Ποιο από τα διανύσματα $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ μπορεί να παριστά την αρχική επιτάχυνση του άκρου A της ράβδου.



Απάντηση:

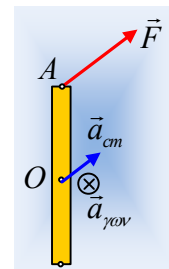
Τώρα η δύναμη δεν ασκείται στο κέντρο μάζας εμφανίζοντας ροπή ως προς το O, συνεπώς η κίνηση της ράβδου θα είναι σύνθετη.

Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα για τη ράβδο παίρνουμε:

Μεταφορική κίνηση: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_{cm} \rightarrow \vec{a}_{cm} = \frac{\vec{F}}{m}$

Στροφική κίνηση: $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{γων} \rightarrow \tau_F = I \cdot \alpha_{γων}$

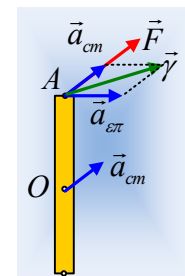
Αλλά τότε το κέντρο μάζας O αποκτά επιτάχυνση ίδιας διεύθυνσης με την δύναμη, ενώ η ράβδος ταυτόχρονα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα.



Ερχόμενοι τώρα στο άκρο A, έχει επιτάχυνση ίση με \vec{a}_{cm} λόγω μεταφορικής κίνησης και επιτροχία επιτάχυνση $a_{επ} = \alpha_{γων} \cdot \frac{\ell}{2}$, όπως στο διπλανό σχήμα.

Οπότε η επιτάχυνση του A είναι το διανυσματικό άθροισμα των παραπάνω επιταχύνσεων.

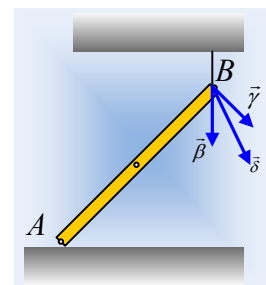
Σωστό το διάνυσμα $\vec{\gamma}$.



Ερώτηση 7^η:

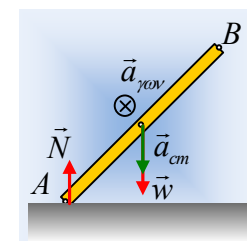
Μια λεπτή ομογενής ράβδο κρέμεται με νήμα όπως στο σχήμα, στηριζόμενη στο άκρο της A σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ($t=0$) κόβουμε το νήμα.

Ποιο από τα διανύσματα $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$ μπορεί να παριστά την αρχική επιτάχυνση του άκρου B της ράβδου, όπου το $\vec{\beta}$ είναι κατακόρυφο και το $\vec{\gamma}$ κάθετο στη ράβδο.



Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, μόλις κοπεί το νήμα. Θεωρώντας την κίνηση της ράβδου σύνθετη, με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα για παίρνουμε:



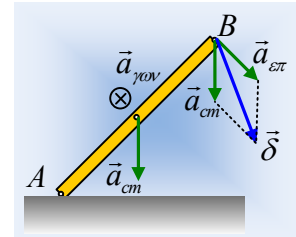
Μεταφορική κίνηση: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_{cm} \rightarrow \vec{a}_{cm} = \frac{\vec{w} + \vec{N}}{m}$

Στροφοική κίνηση: $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{γων} \rightarrow \tau_N = I \cdot \alpha_{γων}$

Αλλά και οι δύο ασκούμενες δυνάμεις είναι κατακόρυφες, συνεπώς κατακόρυφη θα είναι και η επιτάχυνση του κέντρου μάζας της ράβδου, ενώ η ράβδος ταυτόχρονα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα οριζόντια με φορά προς τα μέσα στο σχήμα.

Ερχόμενοι τώρα στο άκρο B, έχει επιτάχυνση ίση με \vec{a}_{cm} λόγω μεταφορικής κίνησης και επιτρόχια επιτάχυνση $a_{επ} = \alpha_{γων} \cdot \frac{\ell}{2}$, όπως στο διπλανό σχήμα. Οπότε η επιτάχυνση του B είναι το διανυσματικό άθροισμα των παραπάνω επιταχύνσεων.

Σωστό συνεπώς είναι το διάνυσμα $\vec{\delta}$.



dmargaris@gmail.com